

Da die Funktionen I' orthogonal sind, werden aus Gl. (A 8) Relationen zwischen den c_n erhalten. Dadurch treten in den Funktionen

$$\Phi_{J,J_z}'^i = \sum_{n=1}^s c_n'^i \Phi_{J,J_z}^n = \sum_{n=1}^{f_0} c_n''^i \Phi_{J,J_z}^n + \alpha \sum_{n=f_0+1}^{f'} c_n''^i \Phi_{J,J_z}^n + \alpha^2 \dots \quad (\text{A } 9)$$

Koeffizienten $c_n'^i$ auf, von denen einige mit Potenzen von α eingehen werden. Ersichtlich gehen die Konfigurationen Φ_{J,J_z}^n mit $n > f_0$ mit einem Koeffizienten ein, der mindestens proportional α ist. Der Fehler, der bei Vernachlässigung dieser Konfigurationen gemacht wird, wird über die Energiematrix abgeschätzt. Für die Änderung der Energie bei Deformation sind die Diagonalelemente bestimmend.

$$\begin{aligned} \langle \Phi_{J,J_z}'^i | H | \Phi_{J,J_z}'^i \rangle &= \sum_{n=1}^{f_0} (c_n''^i)^2 \langle \Phi_{J,J_z}^n | H | \Phi_{J,J_z}^n \rangle + \sum_{n=1}^{f_0} \sum_{m=1}^{f_0} (c_n''^i c_m''^i) \langle \Phi_{J,J_z}^n | H | \Phi_{J,J_z}^m \rangle \\ &+ \alpha \sum_{m=1}^{f_0} \sum_{n=f_0+1}^{f'} (c_n''^i c_m''^i) \langle \Phi_{J,J_z}^n | H | \Phi_{J,J_z}^m \rangle + \alpha^2 \sum_{n=f_0+1}^{f'} (c_n''^i)^2 \langle \Phi_{J,J_z}^n | H | \Phi_{J,J_z}^n \rangle \\ &+ \alpha^2 \sum_{n=1}^{f_0} \sum_{m=f'+1}^{f''} (c_n''^i c_m''^i) \langle \Phi_{J,J_z}^n | H | \Phi_{J,J_z}^m \rangle + \alpha^3 \dots \end{aligned} \quad (\text{A } 10)$$

Im ungünstigsten Fall (N^{14}) sind die Diagonalelemente von der Größenordnung 100 MeV, die Übergangselemente 0,5 MeV. Die Änderung der Diagonalelemente mit D von dem Wert $D=1$ bis $D=D_m$ ist 0,5 MeV. Dabei ändert sich α von dem Wert 0 auf 10^{-2} .

Der Einfluß des in α linearen Nichtdiagonalgliedes ist somit 1% und der des in α quadratischen diagonalen 2%. Beschränkt man die Funktionen der Anregungskonfigurationen auf die p- und f-Schale, so bleibt bei $f_0 < 20$ der Fehler $< 20\%$. Das bedeutet für die Minimumdeformation $D_m = 1,03 \pm 0,006$. Der Einfluß auf das Minimum ist also von der Größe der durch die unterschiedlichen Spin – Bahn-Kopplung bewirkten Änderung.

NOTIZEN

Zur Theorie des Masers

Von E. GROSCHWITZ

Wernerwerk für Bauelemente der Siemens & Halske AG,
München

(Z. Naturforschg. **14 a**, 305–307 [1959]; eingeg. am 3. Dezember 1958)

Die Bezeichnung Maser¹ bezieht sich auf ein neuartiges Prinzip der Verstärkung elektromagnetischer Wellen im Mikrowellengebiet. Es handelt sich um einen quantenmechanischen Verstärker, wobei die innere Energie angeregter Zustände in einem Gas oder festen Körper durch induzierte Emission an das Mikrowellenfeld abgegeben wird und dieses verstärkt². Diese stimulierte Mikrowellenstrahlung ist kohärent, d. h. sie ist durch feste Phasenbeziehungen der induzierten Emission und der diese Strahlung erzwingenden äußeren, zu verstärkenden Primärwelle gekennzeichnet. Hieraus resultiert Interferenzfähigkeit der Mikrowellenstrahlung des Masers.

Den Ausgangspunkt für eine Erörterung der physikalischen und technischen Eigenschaften des Masers bilden

die Übergangswahrscheinlichkeiten für die erzwungenen Emissions- und Absorptionsprozesse. In der Literatur zum Problemkreis des Masers wurde bei der Berechnung der Übergangswahrscheinlichkeiten in der elektromagnetischen Störungsenergie nur eine einzige Schwingungskomponente der aufgeprägten Strahlung verwendet. Die durch die Kohärenz bedingte Phasenkonfiguration des Feldes wird hierbei jedoch nicht in Betracht gezogen.

In der vorliegenden Arbeit wird deshalb die Frage der induzierten Emission und Absorption eines atomaren Systems, das mit einem Mikrowellenfeld resonanzfähig ist, unter Berücksichtigung der Phasenkonfiguration des Feldes untersucht. Das Gesamtfeld besteht aus endlich vielen Schwingungskomponenten. (Die Anzahl der Schwingungskomponenten soll mindestens zwei betragen, wobei die eine dem äußeren Primärfeld und die andere dem emittierten Sekundärfeld entspricht.) Die Schwingungskomponenten setzen wir in dem behandelten Beispiel monochromatisch an, sie unterscheiden sich aber durch die Größe der Amplituden des elektrischen bzw. magnetischen Feldes und insbesondere durch ihre Phasenlagen. Dieser Feldansatz entspricht den

¹ MASER, Abkürzung für Microwave amplifier by stimulated Emission of radiation.

² J. P. WITKE, Proc. Inst. Radio Engrs. **45**, 291 [1957]. — RCA Rev. Vol. XVIII, No. 4, Dezember 1957. — J. P. GORDON, H. J. ZEIGER u. C. H. TOWNES, Phys. Rev. **99**, 1264 [1955]. — K. SHIMODA, T. C. WANG u. C. H. TOWNES, Phys.

Rev. **102**, 1308 [1956]. — N. BLOEMBERGEN, Phys. Rev. **104**, 326 [1956]. — J. P. GORDON, Phys. Rev. **99**, 1253 [1955]. — C. H. TOWNES, J. Appl. Phys. **28**, 920 [1957]. — L. E. NORSTON, Inst. Radio Engrs. Trans. Vol. MTT-5, No. 4, Oktober 1957.



Dieses Werk wurde im Jahr 2013 vom Verlag Zeitschrift für Naturforschung in Zusammenarbeit mit der Max-Planck-Gesellschaft zur Förderung der Wissenschaften e.V. digitalisiert und unter folgender Lizenz veröffentlicht: Creative Commons Namensnennung-Keine Bearbeitung 3.0 Deutschland Lizenz.

Zum 01.01.2015 ist eine Anpassung der Lizenzbedingungen (Entfall der Creative Commons Lizenzbedingung „Keine Bearbeitung“) beabsichtigt, um eine Nachnutzung auch im Rahmen zukünftiger wissenschaftlicher Nutzungsformen zu ermöglichen.

This work has been digitalized and published in 2013 by Verlag Zeitschrift für Naturforschung in cooperation with the Max Planck Society for the Advancement of Science under a Creative Commons Attribution-NoDerivs 3.0 Germany License.

On 01.01.2015 it is planned to change the License Conditions (the removal of the Creative Commons License condition "no derivative works"). This is to allow reuse in the area of future scientific usage.

charakteristischen physikalischen Verhältnissen des Masers insofern, als das emittierte Strahlungsfeld selbst, gemeinsam mit der primären Schwingungskomponente, wiederum induzierend auf das atomare System einwirkt. Bei Resonanz ist diese Bedingung für unseren Feldansatz streng erfüllt und die Entscheidung darüber, welche Schwingungskomponenten zum äußeren Feld und welche zur emittierten Strahlung gerechnet werden sollen, ist für den physikalischen Vorgang zunächst nicht wesentlich.

Die zu diskutierende Frage der Kohärenz und die aus ihrer Formulierung durch Berücksichtigung der Phasenbeziehungen resultierenden Konsequenzen gelten prinzipiell für alle Arten des Masers³. Als Beispiel betrachten wir die Verhältnisse bei einem durch zwei Energieniveaus charakterisierten atomaren System, das durch sein elektrisches Dipolmoment mit dem Strahlungsfeld in Wechselwirkung tritt. Diese Vereinfachung schränkt die grundsätzlichen Wesenszüge des betrachteten physikalischen Geschehens nicht ein. Eine Quantisierung des Strahlungsfeldes⁴ wird nicht in Betracht gezogen; der verwendete Feldansatz entspricht einer klassischen Behandlung des elektromagnetischen Feldes. Eine Wechselwirkung der Teilchen untereinander soll an dieser Stelle der Untersuchung noch nicht vorausgesetzt werden. Das Teilchenkollektiv wird sowohl durch sein elektrisches Gesamtdipolmoment als auch durch das elektromagnetische Gesamtfeld beschrieben, d. h. alle emittierenden und absorbierenden Teilchen sind in dem betrachteten Raumbereich in jedem beliebigen Zeitpunkt dem gleichen momentanen Gesamtfeld ausgesetzt, das im Hinblick auf seine Phasenkonfiguration das kohärente Zusammenwirken der Teilchengesamtheit repräsentiert.

Unter den angegebenen Voraussetzungen ergeben sich im Rahmen der DIRACschen Strahlungstheorie neue Grundleichungen (1) und (2), die das zeitliche Verhalten der Wahrscheinlichkeitsamplituden für die Energiezustände des quantenmechanischen Systems bei gegebenen Anfangsbedingungen eindeutig beschreiben⁵. Wesentlich an diesem System von Differentialgleichungen ist, daß hierbei der Einfluß der Phasenkonfiguration des Strahlungsfeldes sowie insbesondere einer zeitlichen Änderung der Phasenverteilung auf die induzierte Emission und Absorption berücksichtigt wird. Nach Entflechtung des ursprünglich simultanen Systems von Differentialgleichungen ergeben sich für ein Maser-Modell mit zwei Energieniveaus E_1 und E_2 die folgenden Differentialgleichungen für die Wahrscheinlichkeitsamplituden a_1 und a_2 bei zeitlich veränderlicher Phasenkonfiguration:

$$\frac{d^2 a_1}{dt^2} - \left[\frac{\Phi'_+}{\Phi_+} + i w \right] \frac{da_1}{dt} + \frac{D_{12} D_{21}}{\hbar^2} \Phi_+ \Phi_- a_1 = 0, \quad (1)$$

$$\frac{d^2 a_2}{dt^2} - \left[\frac{\Phi'_-}{\Phi_-} - i w \right] \frac{da_2}{dt} + \frac{D_{12} D_{21}}{\hbar^2} \Phi_+ \Phi_- a_2 = 0 \quad (2)$$

mit den Bezeichnungen

$$w = 2 \pi (\nu - \nu_{21}); \quad \nu_{21} = \frac{E_2 - E_1}{h}. \quad (3)$$

Hierbei ist ν die variable Frequenz und ν_{21} die Resonanzfrequenz des atomaren Systems (h PLANCKSche Konstante). Die Größen D_{12} und D_{21} bedeuten die Matrixelemente des elektrischen Dipolmoments. Das gesamte Strahlungsfeld wird durch den Ausdruck

$$\Phi_+ \Phi_- = R^2 = \sum_{k=1}^N F_k^2 + 2 \sum_{\substack{k,j=1 \\ k \neq j}}^N F_k F_j \cos \Delta_{kj} \quad (4)$$

repräsentiert. Die F_k sind die Feldstärke-Amplituden der Schwingungskomponenten. Die Verteilung der einzelnen Phasenlagen ist durch die Phasendifferenzen $\Delta_{kj} = \delta_k - \delta_j$ gegeben. Die zeitabhängigen Terme der Phasenkonfiguration lauten

$$\frac{\Phi'_+}{\Phi_+} = -\varphi_s + i \varphi_c; \quad \frac{\Phi'_-}{\Phi_-} = -\varphi_s - i \varphi_c \quad (5)$$

mit

$$\varphi_s = \frac{\sum F_k F_j \delta_k' \sin \Delta_{kj}}{\sum F_k^2 + 2 \sum F_k F_j \cos \Delta_{kj}}, \quad (6)$$

$$\varphi_c = \frac{\sum F_k F_j \delta_k' \cos \Delta_{kj}}{\sum F_k^2 + 2 \sum F_k F_j \cos \Delta_{kj}}, \quad (7)$$

$$\delta_k' = \frac{d\delta_k}{dt}. \quad (8)$$

Besonders aufschlußreich ist der spezielle Fall, daß alle Phasen synchrone Schwankungen mit der Frequenz $\tilde{\omega}$ und der Amplitude δ_0 ausführen. Dann gilt

$$\Delta_{kj} = \delta_k - \delta_j = \text{const}, \quad (9)$$

$$\delta_k = \delta_{k0} + \delta_0 \exp(i \tilde{\omega} t), \quad \delta_j = \delta_{j0} + \delta_0 \exp(i \tilde{\omega} t), \quad (10)$$

$$\delta_k' = \delta_j' = \delta' = \frac{d\delta}{dt} = i \tilde{\omega} \delta_0 \exp(i \tilde{\omega} t). \quad (11)$$

Diese Phasenschwankungen kann man sich beispielsweise durch eine periodische Änderung der räumlichen und zeitlichen Randbedingungen des Strahlungsfeldes oder durch Frequenzmodulation realisiert denken.

Unter den Voraussetzungen (9), (10) und (11) berechnet sich aus (1) das folgende Ergebnis für die Übergangswahrscheinlichkeit vom Zustand mit dem Eigenwert E_2 in denjenigen mit der Energie $E_1 < E_2$ (für den Zeitpunkt $t=0$ wird als Anfangsbedingung $a_1=0$ angenommen):

$$a_1 a_1^* = \pi^2 \frac{D_{12}^2 R^2}{\hbar^2 \tilde{\omega}^2} \exp[\delta_0 (P - \beta)] Y Y^* \quad (12)$$

mit

$$Y = J_n(z) N_n(\chi) - N_n(z) J_n(\chi). \quad (12a)$$

Die zeitabhängigen Funktionen J_n und N_n sind BESSELsche und NEUMANNsche Funktionen n -ter Ordnung.

³ A. L. McWHORTER u. J. W. MEYER, Phys. Rev. **109**, 312 [1958]. — S. H. AUTLER u. N. McAVOY, Phys. Rev. **110**, 280 [1958]. — P. F. CHESTER, P. E. WAGNER u. J. G. CASTLE JR., Phys. Rev. **110**, 281 [1958]. — R. BRAUNSTEIN, Phys. Rev. **107**, 1195 [1957]. — D. J. BOLEF u. P. F. CHESTER, Inst. Radio Engrs. Trans. MTT-6, 41 [1958]. — H. E. D. SCOVIL,

Inst. Radio Engrs. Trans. MTT-6, 29 [1958]. — A. M. CLOGSTON, Bell Tel. Syst. J. Phys. and Chem. Solids, Vol. 4, No. 4, 1 [1958]. — A. JAVAN, Phys. Rev. **107**, 1579 [1957].

⁴ J. R. SENITZKY, Phys. Rev. **111**, 3 [1958].

⁵ E. GROSCHWITZ, Vortrag über dieses Thema auf der Physiker-tagung in Essen am 4. 10. 1958.

Ferner ist

$$z = [\alpha_2 + i \alpha_1] \sqrt{2 \delta_0 \left(1 - \frac{w}{\tilde{\omega}}\right)}; \left(\frac{w}{\tilde{\omega}} < 1\right)$$

$$\chi = [U_1 + i U_2] \sqrt{2 \delta_0 \left(1 - \frac{w}{\tilde{\omega}}\right)},$$

$$\alpha_1 = \sqrt{\frac{1}{2} (1/P^2 + Q^2 + P)}, \quad \alpha_2 = \sqrt{\frac{1}{2} (1/P^2 + Q^2 - P)};$$

$$U_1 = \alpha_2 \cos\left(\frac{\tilde{\omega}}{2} t\right) - \alpha_1 \sin\left(\frac{\tilde{\omega}}{2} t\right),$$

$$U_2 = \alpha_1 \cos\left(\frac{\tilde{\omega}}{2} t\right) + \alpha_2 \sin\left(\frac{\tilde{\omega}}{2} t\right),$$

$$P = \frac{\sum F_k F_j \sin \Delta_{kj}}{\sum F_k^2 + 2 \sum F_k F_j \cos \Delta_{kj}},$$

$$Q = \frac{\sum F_k F_j \cos \Delta_{kj}}{\sum F_k^2 + 2 \sum F_k F_j \cos \Delta_{kj}},$$

$$\beta = P \cos \tilde{\omega} t + Q \sin \tilde{\omega} t, \quad \Pi^2 = D_{12} D_{21}.$$

In dem Ausdruck (12) und (12 a) für die Übergangswahrscheinlichkeit ist besonders bemerkenswert, daß die Ordnungszahl n der Zylinderfunktionen J_n und N_n mit der Schwingungsfrequenz $\tilde{\omega}$ der Phasenkonfiguration und mit den charakteristischen physikalischen Größen des atomaren Systems sowie des Strahlungsfeldes durch die Relation

$$n = \sqrt{\frac{4 \Pi^2 R^2}{\hbar^2 \tilde{\omega}^2} + \frac{w^2}{\tilde{\omega}^2}} \quad (12 b)$$

verknüpft ist. In physikalischer Hinsicht hat die Ordnungszahl n die Bedeutung eines Polytropenindex des Problems. Es ergibt sich somit der grundsätzliche Sachverhalt, daß bei Berücksichtigung von Phasenschwankungen das Strahlungsproblem des Masers sehr verschieden gestaltete Lösungen annehmen kann. Es läßt sich zeigen, daß der Ausdruck (12) und (12 a) infolge systematischer Entwicklung nach kleinen Amplituden δ_0 der Phasenschwankungen im Grenzfall $\delta_0 \rightarrow 0$ in die bekannte analytische Form der Übergangswahrscheinlichkeit übergeht.

Es ergibt sich, daß bei einer zeitlich unveränderlichen Phasenverteilung die Übergangswahrscheinlichkeit für

Emissions- bzw. Absorptionsprozesse außer von den Parametern des atomaren Systems und von den Amplituden der Schwingungskomponenten insbesondere von der Phasenkonfiguration abhängt und durch diese unter Umständen wesentlich modifiziert werden kann. Daher ist die sich aus der Übergangswahrscheinlichkeit ergebende momentane Quantenleistung und das unter Berücksichtigung von Relaxationseffekten berechnete Leistungsspektrum sowie dessen Bandbreite eine Funktion der Phasenverteilung.

Unter der Voraussetzung synchroner Phasenschwankungen resultieren aus der Übergangswahrscheinlichkeit (12) entsprechende Modifikationen sowohl für die momentane Quantenleistung als auch für Leistungsspektrum, Bandbreite und Verstärkung.

Die Phasenschwankungen repräsentieren neben dem atomaren System und dem Strahlungsfeld ein drittes Energiereservoir. Der Energietransport zwischen Feld und Materie kann je nach der Phasenkonfiguration durch Mitbeteiligung dieses Energiespeichers hinsichtlich der Richtung des Energieflusses als auch in bezug auf die maximale Höhe und Breite des Leistungsspektrums beeinflußt werden. Die synchronen Phasenschwankungen repräsentieren einen Steuerungsmechanismus der induzierten Emission und Absorption, der sich vielgestaltig auf das Leistungsspektrum und die Verstärkung auswirken kann. Man unterscheidet gemäß Formel (12 b) zweckmäßig Strahlungsvorgänge mit einem für alle Frequenzen ν konstanten Polytropenindex n und solche mit konstanter Frequenz $\tilde{\omega}$ der Phasenschwankungen.

Kompliziertere Verhältnisse ergeben sich, wenn man die Voraussetzungen fester Phasendifferenzen und synchroner Schwankungen fallen läßt und annimmt, daß auch die Phasendifferenzen Δ_{kj} periodische Schwankungen ausführen. — Eine ausführliche Mitteilung dieser Untersuchungen zum Problemkreis des Masers in dieser Zeitschrift ist für einen späteren Zeitpunkt vorgesehen.

Herrn Prof. Dr. G. JUNG und Herrn Dr. H. RÜCHARDT möchte ich für wertvolle Diskussionen, Herrn Studienrat W. MAIER für freundliche Durchführung einer Kontrolle der Rechnungen und den Herren Dr. K. SIEBERTZ, Dr. P. HENNINGER, Prof. Dr. J. DOSSE und Prof. Dr. J. LABUS für das dieser Arbeit entgegengebrachte große Interesse vielmals danken.

Zur Sichtbarmachung von Versetzungen für die elektronenmikroskopische Abbildung *

Von H. BETHGE und V. SCHMIDT

Institut für experimentelle Physik der Universität Halle

(Z. Naturforsch. 14 a, 307—309 [1959]; eingegangen am 9. Februar 1959)

Für verschiedene Stoffe ist es gelungen, an Spaltflächen oder geeignet vorbehandelten Oberflächen durch Anwendung ausgesuchter chemischer Ätzverfahren zur Oberfläche durchstoßende Versetzungen durch die entstehenden Ätzgrübchen sichtbar zu machen. Aus den zahlreichen, zumeist mit dem Lichtmikroskop durchge-

führten Untersuchungen seien hier nur die Ergebnisse von VOGEL und Mitarbeitern¹ erwähnt, die am Germanium die in einer FeinkorngröÙe angeordneten Versetzungen erstmals eindeutig nachweisen konnten. Werden die angeätzten Oberflächen über geeignete Abdruckverfahren mit dem Elektronenmikroskop beobachtet, so zeigt sich, daß das erhöhte Auflösungsvermögen nichts grundsätzlich Neues — über das vom Lichtmikroskop

* Die hier mitgeteilte Methode wurde erstmals auf dem IV. Internationalen Kongreß für Elektronenmikroskopie in Berlin (Sept. 1958) im Rahmen eines zusammenfassenden Berichtes bekanntgemacht.

¹ F. L. VOGEL, W. G. PFANN, H. E. COREY u. E. E. THOMAS, Phys. Rev. 90, 489 [1953].